

テキストガイド

＜物理学Ⅰ＞

大西直毅 著『物理学入門』

石川 壮一

法政大学 通信教育部

通信学習科目「物理学 1」代替テキスト対応ガイド

執筆者 石川 壮一

指定市販本 小池康郎著『重力の物理学—知的好奇心のために』法政大学出版局、2005 年 の代替テキスト（以下、本書） 大西 直毅（著）『物理学入門』東京大学出版会 1996 年 を用いる場合のガイド・補足事項を以下に記す。

本書は、いわゆる文科系の大学生向けに書かれた物理学全般の入門テキストである。「物理学 1」では、第 1 章から第 3 章までを範囲として、ニュートン物理学のあらましを理解する。（ただし、下記に述べるように第 4 章の一部を参考箇所とする。）

物理学は、自然界で起こっている諸現象の観測・観察、さらには実験から得られる経験法則を、より基本的で普遍的な法則によって統一的に理解することを目的とする学問分野である。本書では、太陽や月の運動や物体の落下といった日常目にする現象の解析から得られる経験的な法則、およびその背後に存在する基本法則について、それらが得られた歴史的過程や物理学の考え方も含め、わかりやすく述べられている。したがって、単に法則や公式を暗記するのではなく、それらがどのような根拠で発見されたのかを理解しながら、ゆっくりと読み進んでほしい。途中で訳が分からなくなった場合でも、適当に読み進んだうえで、何度も読み返すことによって、より深い理解が得られるはずである。

以下、各章の概要を述べる。

第 1 章 天体の運動と時間

1 日（昼夜）、1 か月、1 年（四季）等、我々が日常的用いている暦と、太陽や月の“見掛け”の周期的運動との関係が、1.1 節、1.2 節で紹介されている。ここでは、天球という古くから知られている概念を用いて、天体の見掛けの運動が説明される。多少わかりにくいかもしれないが、1.3 節以降を読んで地球の実際の運動を理解した上で、具体的なイメージを浮かべながら読み直すと、より良い理解が得られるはずである。

1.3 節、1.4 節では、惑星の天球上での見掛けの運動の不思議が、コペルニクスの太陽中心説（いわゆる地動説）によってどのように簡単に説明できるのか示されている。特に天球上の惑星の逆行運動がどのように説明できるのか、図 1.10 でよく理解してほしい。

1.5 節では、惑星の見掛けの運動（チコ・ブラーエの観測データ）の解析からケプラーが発見した、太陽の周りを回る惑星運動の法則（ケプラーの法則）について述べられる。図 1.13 でケプラーの解析の一部が解説されている。

1.6 節では、地球の自転運動と関係のある“時間”について述べられている。現在、1 秒の長さは標準となる原子時計から決められているが、1 日の長さから決められる“時間”では何故都合が悪いのか、理由を考えてみよう。

第2章 地上の物の運動

2.1 節では、自由落下運動について、アリストテレスの考え方を、ガリレイがどのように批判して、実験によりどのように落体法則を発見したのか、述べられている。(34 ページにある“奇数の法則”については、付録の追加説明を参照のこと)

なお、ここでは、物体が運動するときに空気から受ける抵抗力の影響は、限りなく小さいとして無視していることに注意せよ。

自由落下実験から得られた落下時間と落下距離との関係、(2.1)式、において、重力の加速度(重力加速度、 g)が定義されるが、この量が実際に“加速度”という量であることは 41 ページから示されている。41 ページでなされていることは、数学の微分という操作である。

42 ページで述べられているように、速度が時間と共に一定の割合で変化する運動を等加速度運動と呼び、自由落下運動は等加速度運動の一つで、その加速度の大きさが重力加速度 g である。この節で学ぶことは、自由落下に限らず、止まっていた電車が一定の割合で速さを増していく場合などでも、重力加速度をその運動の加速度で置き換えれば、同様に成り立つことに注意せよ。

自由落下は一直線上の運動であるが、2.2 節では、物体を斜め横方向に投げ出す放物運動を扱う。ここでは、運動を水平方向と鉛直方向とに分解(図 2.7)して、運動の合成という考え方を学ぶ。また、ここで登場する“慣性”という言葉は、この後幾度か登場する。

2.3 節では、大きさと方向をもつベクトルという量の考え方を導入し、速度ベクトルという量を学び、円運動や楕円運動が加速度運動であるということを理解する。ベクトルという考え方を理解すると、同じ速さで円運動している物体は、実は、加速度運動をしていることがわかる。等速円運動の加速度の大きさは、ちょっとした幾何学とピタゴラスの定理から導出できるのであるが、ここでは(2.21)式で天下り式に与えられている。(2.21)式の直後に書かれている文章の意味をよく考えておくこと。また、この節では、物体の運動の様子を表すために、ホドグラフというものが導入されている。抽象的で分かりにくいかもしれないが、実際の運動の軌跡とその運動に対応したホドグラフの例がいくつか示されているので、実際に自分で作図してみるとよいであろう。

第3章 力と運動の法則

第1章では天体の運動を、第2章では地上の物体の運動を扱い、それぞれの運動の法則を明らかにしてきた。この章では、これらの経験則が何故成り立つのかを明らかにするニュートンの運動の三法則が基本原理として登場する。

3.1節では、ニュートンの運動法則、すなわち慣性の法則、力の法則（運動方程式とも呼ばれる）、作用・反作用の法則の三つの法則が述べられている。ここで再度登場する、慣性と、第2章で登場したガリレイの考えた慣性との違いに注意せよ。力の法則は、力、質量、加速度という3つの量の間の関係としても、運動量（質量と速度の積）の変化と力積という量の間の関係としても書くことができる。また、作用反作用の法則から、運動量保存則が導かれる。ニュートン[N]という力の単位もここで登場する。

3.2節では、まず、ニュートンの運動法則と経験則であるケプラーの第3法則から、惑星が太陽から受ける力の法則が導かれる、これを、より普遍的に考えて、質量を持った物体同志に働く力の法則と考えたのが万有引力の法則である。ニュートンの運動法則と万有引力を出発点に、ケプラーの第2法則（面積速度一定の法則）、ガリレイの落体法則が導かれる。これまでに登場した、いくつかの法則の意味づけを再確認しながら読み進んでいこう。

3.3節では、振り子のような振動運動を、すでに学んだ等速円運動と関連付けて学ぶ。

3.4節ではエネルギーについて学ぶ。エネルギーは、ここで学ぶ力学的エネルギー（位置エネルギー、運動エネルギー）以外に、熱や電気など色々な形態で存在し、現代社会のキーワードの一つとなっているが、この節ではその基本的な概念を学ぶ。たとえば、物がある高さまで持ち上げるとき、まっすぐ垂直に持ち上げる場合と、斜面上に沿って持ち上げる場合とで、必要な力の大きさと動かす距離の大小との関係は日常的に経験しているはずである。このことを（位置）エネルギーと関連付けて考えてみよう。また、運動エネルギーも重要な概念である。

エネルギーは、ジュール [J]という単位が用いられるが、これはなじみのない量かもしれない。3.5節では、良く使われるワット[W]が仕事率の単位として紹介される。ワットとジュールとの関係をよく理解しておくこと。

第4章 熱と原子・分子

この章は、「物理学1」としては範囲外であるが、4.8節で熱の現象を第1～3章で学んだ“力と運動”と関連付けているので、復習のつもりで読み進んでほしい。4.8節では、この章の前半で述べられている熱に関する現象を、物質を構成している分子の運動と関連付けて理解しようとしている。(4.19)式は、物質が分子で構成されているかどうかとは関わりなく定義されるマクロな量である（絶対）温度と、物質を構成している分子の運動エネルギーというミクロな量との関係を、気体の場合について示した式である。

本書では、以下、第5章：音と波、第6章：光、第7章：電気・磁気と物質、と続くが、何れも日常生活と関係が深い項目であるので、ぜひ読み進めて自然界の理解を深めてほしい。

また、「はじめに」と「おわりに」にも物理学を学ぶことの意味を含め、自然現象を理解するための心構えや考え方、更には、本書では触れられなかった現代物理学についても述べられているので、読んでおいてほしい。

補足 1 ・ 全般

ケプラーの法則、落体の法則、等色々な法則が登場するが、それぞれの法則がどのように明らかになったのか、より基本的な法則との関係（どのように導出（証明）されるのか）をきちんと理解すること。

頭の中でイメージしにくいものは、実際に自分で絵を描いてみるよい。一部数式による説明が登場するが、数式の変形などは、自分の手で実際に確認すること。また、それぞれの式の意味をきちんと理解しながら、日本語の文章に訳しながら読むとよいかもしれない。

補足 2 ・ ガリレイの「奇数法則」（34 ページ）

本文（33 ページ）に書いてあるように、ガリレイはいろいろな角度の斜面に物を滑らせて滑り落ちるのにかかる時間を計り、次のような実験結果を得た。

物が静止状態から斜面を滑り落ちるとき、最初のある一定時間内に通過する距離を 1 とすれば、次の同じ一定時間内に通過する距離は 3、その次の同じ一定時間内に通過する距離は 5、というように奇数の比をなして増加する。そして、この関係は斜面の角度によらない。

この結果を用いて、物の滑り落ちる総距離と時間との関係を求めると次のようになる。

最初の一定時間 T に L という距離だけ滑り落ちたとする。奇数の法則より次の一定時間 T には $3L$ 滑り落ちるので、最初から $2T$ の時間には、

$$L + 3L = 4L = 2^2 L$$

だけ滑り落ちる。さらに次の一定時間 T には $5L$ 滑り落ちるので、最初から $3T$ の時間には、

$$L + 3L + 5L = 9L = 3^2 L$$

だけ滑り落ちる。これを繰り返すと、物が滑り落ちた総距離は、時間の 2 乗に比例して増えていくことがわかる。このことは、斜面の角度によらず成立つので、角度が 90 度の場合、すなわち自由落下についても成り立つはずである。(2.1)式はこのことを表している。

補足 3・「慣性系」(57 ページ) と「慣性力」

上空で安定飛行（等速度運動）している飛行機、等速度で走っている自動車、列車などの中で、自分が静止しているのか、それとも動いているのか、わからなくなるという感覚は、多少なりとも経験したことがあるであろうし、想像することはそれほど難しくないであろう。

例えば、地面に立ち止まっている人、等速度で走っている自動車の中の人、どちらの場合も、物を落とすと真下に落ちるので、自分が慣性系であると主張でき、どちらが正しいかは、物理現象からは示すことができない。このような考え方を（ガリレイの）相対性原理と呼ぶ。この考え方を、物の運動だけに限らず、電磁気の現象、光の速さなど全ての物理法則に広げたのが、アインシュタインの相対性原理である。

また、前方に動き始めた列車内では後ろ向きに押されたように感じたり、カーブに差し掛かった車内では曲がる方向とは逆向きに力（遠心力）を感じたりする。これらは、物体が慣性という性質を持っているために、慣性系ではない、すなわち加速度運動する乗り物の中で感じる見掛けの力で、慣性力と呼ばれる。遊園地にあるような自由落下する乗り物の中では、重力と慣性力とが釣り合って、無重力状態となる。

付録

本書では、本文で書かれていることの理解を深めるために、各所に演習問題が設定されている。以下では、それらの内、計算を含む問題のいくつかについて解説を行う。数値計算には電卓を用いてよいが、適用する法則や数式（とその変形）は自分できちんと確認すること。

【問題】 2.2 1 時間は $60 \times 60[\text{s}]$ 、 $1[\text{km}]$ は $10^3[\text{m}]$ であることに注意して、速さを MKS 単位系に直す：
$$252 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{252 \times 10^3}{60 \times 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 70 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]。$$

【問題】 2.3 問題 2.2 と同様に速さを MKS 単位系に直す： $63 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = \frac{63 \times 10^3}{60 \times 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ 。 10 秒間でこの速さになったのであるから、加速度、すなわち速さの 1 秒当たりの変化率、の大きさは

$$\frac{63 \times 10^3}{60 \times 60} \times \frac{1}{10} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 1.75 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

となる。この値を重力加速度の大きさ $9.8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ と比較せよ。

【問題】2.4 まず前問と同様にして速さを MKS 単位系に直す。 $100.8[\frac{\text{km}}{\text{h}}] = \frac{100.8 \times 10^3}{60 \times 60} [\frac{\text{m}}{\text{s}}] = 28[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$ 。

自由落下の場合、この速さ（ v と書く）に達するまでの時間を t とすると、(2.6)式を用いて

$$t = \frac{v}{g}$$

となる。この時間 t の間に自由落下する距離 h は、(2.11)式より

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

である。この二つの式を組み合わせると

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{v}{g}\right)^2 = \frac{v^2}{2g}$$

となる。（これは(2.7)式である。）

具体的に数値を代入して計算を行うと

$$h = \frac{28^2}{2 \times 9.8} [\text{m}] = 40 [\text{m}]$$

（この問題は 3.4 節で学ぶ力学的エネルギー保存の考え方を用いても解くことができる。別解として考えてみよ。）

・問題 2.5、2.6、2.7 では運動を水平方向と垂直方向とに分けて考える。

【問題】2.5 落ち始めたボールは、水平方向に 2 [m/s]の等速運動、垂直方向に自由落下する。高さ 1.225[m]（ h と書く）を自由落下するのに要する時間を t とすると(2.11)式より

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

の関係があるので、これよりボールが落下するまでの時間を求めると、

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.225}{9.8}} = 0.5 [\text{s}]$$

したがって、水平方向に 2 [m/s] の等速運動をするボールは、 0.5 [s] の間に $2 \times 0.5 \text{ [m]}$ だけ進むことになる。

【問題】2.6 時速 144 [km] は、 $\frac{144 \times 10^3}{60 \times 60} \text{ [m/s]} = 40 \text{ [m/s]}$ である。したがって、水平方向に 24 [m] 進むのに $\frac{24}{40} \text{ [s]} = 0.60 \text{ [s]}$ かかる。この時間に自由落下する距離は(2.11)式より $\frac{1}{2} g \times 0.60^2 \text{ [s]}$ 、およそ $1.8 \times 10^2 \text{ [cm]}$ である。

【問題】2.7 速さ $49 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ 、角度 45° ($\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$) で打ち上げた球の、水平方向、垂直方向の速度の成分はいずれも $v_0 = 49 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ である。(直角 2 等辺三角形とピタゴラスの定理を考えてみよ。)

速度の垂直方向の成分 $v_\perp$ は時間 t とともに

$$v_\perp = v_0 - gt$$

と変化していく。したがって、最高点 ($v_\perp = 0$ となる) に達するまでの時間は

$$t = \frac{v_0}{g}$$

打ち上げた球が再び地面に落下するまでの時間は、この時間のちょうど 2 倍である。($v_\perp = -v_0$ となるまでの時間と考えてもよい。)そして、その間に球は水平方向に速さ v_0 で等速運動することになるので、落下する水平距離は、

$$2 \times \frac{v_0}{g} \times v_0 = \frac{2(v_0)^2}{g} = \frac{2(49)^2}{2 \times 9.8} = 245 \text{ [m]}$$

【問題】3.1 0.5 [s] の間に時速 144 [km] ($= \frac{144 \times 10^3}{60 \times 60} \text{ [m/s]}$) となる運動の加速度は $\frac{144 \times 10^3}{60 \times 60} \frac{1}{0.5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ 。

質量 $500 \text{ [g]} = 0.500 \text{ [kg]}$ の物体にこの加速度運動をさせるのに必要な力は、力の法則 (運動方程式、(3.2)式) から $0.500 \times 40 \text{ [N]} = 20 \text{ [N]}$ 。

【問題】3.2 物体の支えをなくすると、加速度 $g = 9.8 \text{ [m/s}^2]$ で自由落下 (等加速度運動) する。これは、物体に質量 $\times$ 重力加速度 ((3.7)式) の力 (重力) が下向きに働くからである。それを支えるには、同じ大きさの力が必要である。

$m \text{ [kg]}$ の物に働く重力の大きさは $9.8m \text{ [N]}$ であるから、これが 1 [N] である場合、 $m = \frac{1}{9.8} \text{ [kg]} = \frac{10^3}{9.8} \text{ [g]} \approx 102 \text{ [g]}$

【問題】3.4 (3.8)式から、地球の質量を M_0 、半径を R_0 とすると、地球表面での重力加速度は $g = \frac{GM_0}{(R_0)^2}$

同様にして、質量 M 、半径 R の星の表面上で重力加速度は $g' = \frac{GM}{R^2}$

地球の半径は約 6357km であるので、月の半径は $\frac{1738}{6357}R_0 \sim 0.273R_0$ 、また月の質量は $0.0123 M_0$ である。

月面の重力加速度を地球上の重力加速度と比較する形で求めてみよう。

$$g' = \frac{G(0.0123 M_0)}{(0.273R_0)^2} = \frac{0.0123}{(0.273)^2} \times \frac{GM_0}{(R_0)^2} \sim 0.165 \times g \sim 1.6[\text{m/s}^2]$$

月面の重力加速度は地球上の重力加速度の 0.165 倍 $\sim \frac{1}{6}$ 倍である。

【問題】3.5 (3.12)式を用いる。ただしこの式は、地球の周りを回っている天体に関するケプラーの第 3 法則を地球の半径と地上の重力加速度を用いて表現した式であるので適用範囲があること、例えば、太陽の周りの回る惑星の運動には使えないことに注意せよ。

放送衛星や気象衛星のような静止衛星は、地球上から見ると赤道の上空に静止している。これは、静止衛星が地球の自転周期 (24 時間) と同じ周期で地球を一周するからである。(3.12)式を、軌道半径 R を求める式に変形して使う。

$$R^3 = \frac{gR_0^2}{4\pi^2} T^2$$

地球の半径 (約 $6.36 \times 10^6[\text{m}]$)、重力加速度 ($9.8[\text{m/s}^2]$)、1 日 ($8.64 \times 10^4[\text{s}]$) を代入すると

$$R^3 = \frac{9.8 \times (6.36 \times 10^6)^2}{4\pi^2} \times (8.64 \times 10^4)^2 = \frac{9.8 \times (6.36 \times 8.64)^2 \times 10^{12+8}}{4\pi^2} \approx 76 \times 10^{21}[\text{m}^3]$$

となる。これより $R = 4.2 \times 10^7 [\text{m}]$ 、したがって静止衛星の軌道半径は約 4 万 2 千 km (地上約 3 万 6 千 km)。

(別解)

問題 3.7 で求める地球の質量を用いて計算することもできる。地球の質量を M 、人工衛星の質量を m とする。半径 R 、速さ v の等速円運動の加速度が $\frac{v^2}{R}$ であることを用いると、人工衛星の運動方程式は、

$$\frac{GMm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

一方、人工衛星の公転周期を T とすると、速さは $v = \frac{2\pi R}{T}$ 。この式と運動方程式を用いると

$$R^3 = \frac{GM}{(2\pi)^2} T^2 \quad (\text{すなわちケプラーの第3法則})$$

(この式は、質量 M の周りを半径 R の円軌道を描く天体について一般に成り立つ式である。)

万有引力定数 $G = 6.67259 \times 10^{-11} \left[\frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \right]$ 、静止衛星の周期 $T = 24 \times 60 \times 60 [\text{s}]$ 、地球の質量 $M = 6.0 \times 10^{24} [\text{kg}]$ を代入すると $R^3 = 76 \times 10^{21} [\text{m}^3]$ 。

【問題】3.6 20000[m]=20[km]という距離は、地球の半径(約 6357km)に比べて小さいので、地球の地表すれすれを回っている衛星の周期を求めることを考えてみよう。

$R_0 = R$ として、(3.12)式を用いる。(3.5で述べたように、この式の適用範囲には注意せよ。)

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{gR_0^2} R^3 = \frac{4\pi^2}{g} R_0$$

これより、 $T=5060[\text{s}]$ 。

この問題も 3.5 と同様に地球の質量を用いて計算することもできるので、試してみよう。

【問題】3.7 地上の重力加速度の大きさ g 、地球の半径 $R_0 (= 6.4 \times 10^6 [\text{m}])$ 、万有引力定数 $G (= 6.67259 \times 10^{-11} \left[\frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2} \right])$ から地球の質量 ($M_0 [\text{kg}]$) を求める。(3.8)式を変形して、

$$M_0 = g \frac{(R_0)^2}{G}$$

数値を代入すると

$$M_0 = 9.8 \times \frac{(6.4 \times 10^6)^2}{6.67259 \times 10^{-11}} = \frac{9.8 \times (6.4)^2 \times 10^{6 \times 2} \times 10^{11}}{6.67259} \sim 6.0 \times 10^{24} [\text{kg}]$$

【問題】3.8 問題 3.5 で導いた式

$$R^3 = \frac{GM}{(2\pi)^2} T^2$$

を用いる。ただし、ここでは(3.12)式は使えないので注意せよ。(何故か考えてみよ)

$$M = \frac{(2\pi)^2}{GT^2} R^3$$

地球の公転軌道の半径 $R = 1.5 \times 10^{11}[\text{m}]$ 、1 年の長さ $T = 365 \times 24 \times 366[\text{s}] \sim 3.15 \times 10^7[\text{s}]$ と万有引力定数の値を代入して計算すると、

$$\begin{aligned} M &= \frac{(2\pi)^2}{6.67259 \times 10^{-11} \times (3.15 \times 10^7)^2} (1.5 \times 10^{11})^3 \\ &= \frac{(2\pi)^2 \times 1.5^3}{6.67259 \times 3.15^2} \times 10^{11 \times 3 - 7 \times 2 + 11} = 2.0 \times 10^{30}[\text{kg}] \end{aligned}$$

【問題】3.9 (3.17)式を変形した上で $T = 1[\text{s}]$ を代入する。

$$L = \frac{T^2 g}{(2\pi)^2} \sim 0.25[\text{m}]$$

この長さのひもとおもりを使って実際に試してみよう。

【問題】3.10 車の速さを v 、質量を m とする。力 F を距離 L だけ作用させ車を止めた場合、車に対して $F \times L$ の仕事をしたことになる。作用・反作用の法則を考慮すると、逆に車は相手に対して $F \times L$ の仕事をしたことになる。この仕事量は、車がもともと持っていた運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ と等しいはずである（下記の注1参照）。

したがって、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= F \times L \\ F &= \frac{mv^2}{2L} \end{aligned}$$

力の法則（運動方程式）より

$$a = \frac{F}{m}$$

数値、速さ $v = \text{時速 } 90[\text{km}] = \frac{90 \times 10^3}{60 \times 60} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 25 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ 、質量 $m = 4[\text{t}] = 4 \times 10^3[\text{kg}]$ を代入して計算すると、

$$F = \frac{mv^2}{2L} = \frac{4 \times 10^3 \times 25^2}{2 \times 100} = 1.25 \times 10^4[\text{N}]$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1.25 \times 10^4}{4 \times 10^3} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \approx 3.1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

[注1] (以下のように考えてもよい)

速さ v で走っていた車が、距離 L だけかかって静止したときの加速度の大きさ a を求めよう。減速を始めてから静止するまでの時間を t とすると、

$$L = \frac{1}{2}at^2 \quad v = at$$

(時間を逆向きに考えて、静止していた車が距離 L だけ走って速さ v になったと考えた方が分かり易いかもしれない。) 2つの式から

$$L = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{v^2}{2a} \quad \rightarrow \quad a = \frac{v^2}{2L}$$

力の法則(運動方程式)より、減速するための力の大きさと、力のする仕事量は、

$$F = ma = \frac{mv^2}{2L} \quad \rightarrow \quad F \times L = \frac{1}{2}mv^2$$

したがって車を止めるに必要な仕事量はもともと車が持っていた運動エネルギーに等しい。

【問題】3.11 ジェット・コースターの力学的エネルギーは保存されていると考える。すなわち、

$$\begin{aligned} & \text{A点での運動エネルギー} + \text{A点での位置エネルギー} \\ & = \text{B点での運動エネルギー} + \text{B点での位置エネルギー} \end{aligned}$$

式で書くと ((3.22)式と同様の式)

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

この式を A 点と B 点の高低差を求める式に変更して、数値を代入すると

$$h_B - h_A = \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} = \frac{10^2 - 6^2}{2 \times 9.8} \approx 3.3[\text{m}]$$

【問題】3.12 質量 $61[\text{kg}]$ の人が階段を $50[\text{cm}]=0.50[\text{m}]$ だけ駆け昇るときの位置エネルギーの増加分 $=61 \times 9.8 \times 0.50 \approx 3.0 \times 10^2[\text{J}]$ 。この仕事を $1[\text{s}]$ で行うのであるから、仕事率は $3.0 \times 10^2[\text{W}]$

【問題】3.13 毎秒どれだけの水の位置エネルギーが消費されるかを考える。

質量 $2[t] = 2 \times 10^3[\text{kg}]$ の水の高さ $50[\text{m}]$ での位置エネルギー $= 2 \times 10^3 \times 9.8 \times 50[\text{J}] = 0.98 \times 10^6[\text{J}]$

したがって $0.98 \times 10^6[\text{W}] = 0.98[\text{MW}]$ 。

【問題】3.14 （考え方1）陸上選手は力を受けて加速度運動をしたことになる。物体が加速度運動をするのは力を受けているからである（注1）。その力がした仕事を求める。

4[s]間で速さ $8[\text{m/s}]$ の速さになったことから陸上選手の加速度を求めると $\frac{8}{4}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right] = 2\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$

4[s]間で陸上選手の移動した距離は $\frac{1}{2} \times 2 \times 4^2[\text{m}] = 16[\text{m}]$

運動方程式より陸上選手に働いた力は(3.2)式より、 $50 \times 2[\text{N}] = 100[\text{N}]$

4[s]間で $100 \times 16[\text{N}]$ の仕事をしたと考えると、平均の仕事率は $\frac{100 \times 16[\text{N}]}{4[\text{s}]} = 4 \times 10^2[\text{W}]$

（考え方2） まず、陸上選手が 4[s]間で得た運動エネルギーを求める。

質量 $50[\text{kg}]$ 、速さ $8[\text{m/s}]$ の選手の運動エネルギー $= \frac{1}{2} \times 50 \times 8^2 = 1.6 \times 10^3[\text{J}]$

4[s]でこれだけのエネルギーを得たのであるから平均の仕事率は $\frac{1.6 \times 10^4}{4}[\text{W}] = 4 \times 10^2[\text{W}]$

[注1]選手の脚力の反作用が選手に力を与えていると考える。

以 上

2017 年 3 月 1 日 発行